

Analisis Rangkaian Listrik Hukum Kirchhoff Menggunakan Solusi Simbolis di Matlab

¹Santy Handayani, ²Didik Nur Huda

^{1,2}Universitas Indraprasta PGRI

Jakarta, Indonesia

¹didiks.physics@gmail.com, ²santyhandayani1@gmail.com

*Penulis Korespondensi

Diajukan : 20/04/2024

Diterima : 23/04/2024

Dipublikasi : 26/04/2024

ABSTRAK

Sistem persamaan linear sering ditemukan dalam pembahasan Hukum Kirchhoff. Penyelesaian secara manual cukup membutuhkan waktu yang tidak sedikit. Banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan sistem persamaan linear pada Hukum Kirchhoff. Salah satu aplikasi pemrograman yang dapat digunakan untuk penyelesaian simbolis sistem persamaan linear adalah MATLAB. MATLAB dapat digunakan untuk penyelesaian pada kasus dua loop dan tiga loop. Penyelesaian simbolis memiliki kelebihan yaitu tidak perlu mengubah bentuk persamaan yang ada jika dibandingkan dengan metode numerik. Kelemahan akan lebih banyak yang diketik ketika memasukkan persamaan-persamaan dalam program. MATLAB dapat digunakan sebagai kalkulator untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

Kata Kunci: Hukum Kirchhoff, MATLAB, sistem persamaan linear, solusi simbolis.

I. PENDAHULUAN

Sistem Persamaan Linear (SPL) sering diselesaikan dengan metode numerik. Metode numerik adalah teknik-teknik yang digunakan untuk memformulasikan masalah matematis agar dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan (Setiawan, 2006: 25). Perangkat lunak MATLAB yang sering digunakan untuk menyelesaikan permasalahan fisika secara numerik. Akan tetapi ada fitur dalam MATLAB yang dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL secara simbolis (Shure, 2012).

Hukum Kirchhoff merupakan salah satu hukum yang digunakan dalam menyelesaikan persoalan rangkaian Listrik (Nurullaeli, 2020). Dalam Hukum Kirchhoff ada dua hukum yaitu: *Kirchhoff Current Law* atau KCL dan *Kirchhoff Voltage Law* atau KVL (Warnes, 1994). KCL berbunyi "Jumlah arus yang memasuki simpul dalam rangkaian harus sama dengan jumlah arus yang keluar simpul", dan KVL berbunyi "jumlah beda potensial di seluruh elemen di sekitar loop rangkaian tertutup harus nol" (Halliday et al., 2010). Hukum Kirchhoff merupakan salah satu contoh dari kasus SPL. Dalam persamaan linear terdapat n variabel yaitu $x_1, x_2, \dots, x_n$ dan dinyatakan dalam bentuk $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ dengan $a_{1,\dots,n}, b \in \mathbb{R}$. Untuk menyelesaikan persamaan tersebut diperlukan n buah persamaan sehingga disebut SPL (Anton & Rorres, 2004). Penyelesaian SPL dapat dilakukan dengan analitik (coret-corek di kertas), akan tetapi akan membutuhkan waktu yang lama. Apabila rangkaian listrik semakin rumit maka penyelesaian analitik akan semakin sulit dan butuh ketelitian yang lebih.

Analisis SPL dalam Hukum Kirchhoff memungkinkan terjadi kesalahan perhitungan dan ketika terjadi kesalahan maka mahasiswa harus mengulangi dari awal, sehingga dapat menurunkan

minat mahasiswa dalam belajar penerapan Hukum Kirchhoff. Tingkat kesalahan tertinggi (90%) adalah perhitungan arus listrik pada rangkaian tertutup dengan dua buah loop dan lebih dari satu buah sumber tegangan serta hambatan. (Wahyudi, 2015). Untuk mempermudah perhitungan analitik ini digunakan aplikasi seperti Wolfram Alpha, Python, dan MATLAB. Aplikasi Wolfram Alpha cukup baik oleh para siswa atau juga mahasiswa sebagai alat bantu untuk lebih memahami bidang ilmu aljabar (Rahayu et al., 2021). Python dengan pustaka (*library*) Sympy dapat digunakan untuk penyelesaian aljabar secara simbolis (Huda & Handayani, 2024). Akan tetapi dalam artikel ini digunakan MATLAB untuk menyelesaikan SPL yang ada secara simbolis.

II. KAJIAN PUSTAKA

Analisis rangkaian listrik merupakan suatu cara atau metode untuk membantu mahasiswa menyelesaikan suatu permasalahan dalam menganalisis rangkaian listrik. Terdapat beberapa metode yang bisa digunakan untuk menganalisis rangkaian listrik, diantaranya yaitu analisis node dan analisis supernode. Node merupakan titik pertemuan dari dua atau lebih komponen pada rangkaian listrik (Ramdhani, 2008). Hal-hal yang perlu diperhatikan saat menganalisis rangkaian listrik menggunakan metode analisis node yaitu: 1) tentukan node referensi sebagai ground yang memiliki potensial sama dengan nol; 2) tentukan tegangan node yang merupakan tegangan antara node nonreferensi dengan node referensi; serta 3) asumsikan tegangan node yang sedang dihitung memiliki nilai yang lebih tinggi daripada tegangan node manapun, sehingga arah arus akan keluar dari node tersebut (Ramdhani, 2008). Jika pada rangkaian listrik terdapat sumber tegangan, maka sumber tegangan tersebut berperan sebagai supernode atau menganggap sumber tegangan tersebut sebagai satu node. Hal-hal yang perlu diperhatikan saat menganalisis rangkaian listrik menggunakan metode analisis supernode yaitu: 1) tentukan node referensi sebagai ground yang memiliki potensial sama dengan nol; 2) tentukan tegangan node yang merupakan tegangan antara node nonreferensi dengan node referensi; 3) asumsikan tegangan node yang sedang dihitung memiliki nilai yang lebih tinggi daripada tegangan node manapun, sehingga arah arus akan keluar dari node tersebut; serta 4) anggap sumber tegangan pada rangkaian listrik sebagai satu node (Ramdhani, 2008).

Hukum Kirchhoff merupakan salah satu hukum yang digunakan dalam menyelesaikan persoalan rangkaian Listrik (Nurullaeli, 2020). Dalam Hukum Kirchhoff ada dua hukum yaitu: *Kirchhoff Current Law* atau KCL dan *Kirchhoff Voltage Law* atau KVL (Warnes, 1994). Aplikasi Wolfram Alpha cukup baik oleh para siswa atau juga mahasiswa sebagai alat bantu untuk lebih memahami bidang ilmu aljabar (Rahayu et al., 2021). Python dengan pustaka (*library*) Sympy dapat digunakan untuk penyelesaian aljabar secara simbolis (Huda & Handayani, 2024).

Hukum Kirchhoff dan Hukum Ohm sebagai hukum dasar rangkaian listrik dapat digunakan untuk menganalisis rangkaian listrik menggunakan metode analisis node dan analisis supernode (nurullaeli, 2020). Hukum Kirchhoff dikemukakan oleh Gustav Robert Kirchhoff. Hukum Kirchhoff terbagi menjadi dua, yaitu Hukum Kirchhoff 1 yang berisi tentang Kirchhoff Current Law (KCL) dan Hukum Kirchhoff 2 yang berisi tentang Kirchhoff Voltage Law (KVL) (Wahyudi, 2015). Hukum Kirchhoff 1 menyatakan bahwa jumlah arus yang masuk melalui suatu titik percabangan (node) sama dengan jumlah arus yang keluar dari titik percabangan (node) tersebut, atau bisa dikatakan pula bahwa jumlah seluruh arus pada suatu titik percabangan (node) sama dengan nol (anam dan arnas, 2019). Secara matematis Hukum Kirchhoff 1 ditulis pada persamaan 1:

$$\sum I = 0 \quad (1)$$

Hukum Kirchhoff 2 menyatakan bahwa jumlah tegangan pada suatu rangkaian listrik yang tertutup sama dengan nol, atau bisa dikatakan pula bahwa penjumlahan tegangan pada masing-masing

komponen penyusunnya yang membentuk suatu rangkaian listrik yang tertutup akan bernilai sama dengan nol (anam dan arnas, 2019). Secara matematis Hukum Kirchhoff 2 ditulis pada persamaan 2:

$$\sum V = 0 \quad (2)$$

Secara umum materi tentang Hukum Kirchhoff sudah dipahami oleh mahasiswa, namun kebanyakan dari mereka masih bingung untuk menerapkan hukum tersebut dalam konteks permasalahan rangkaian listrik. Mahasiswa sudah mengetahui persamaan matematis dari Hukum Kirchhoff, tetapi mereka belum bisa menerapkan hukum tersebut untuk menganalisis rangkaian listrik.

III. METODE PENELITIAN

1. Studi Pustaka

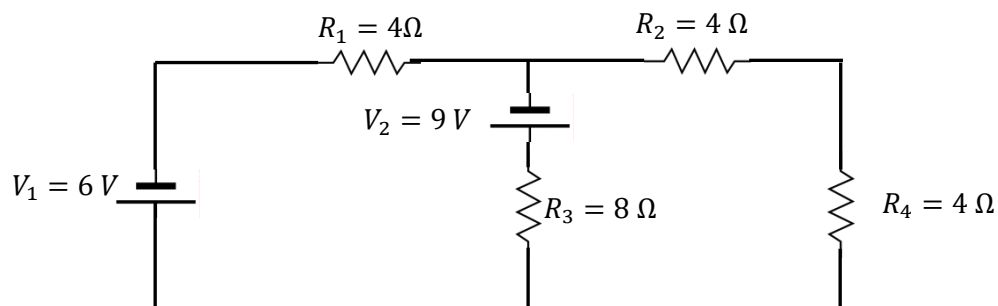
Studi pustaka dilakukan untuk memahami SPL dan Hukum Kirchhoff untuk rangkaian listrik tertutup dengan satu buah loop atau lebih.

2. Analisis rangkaian dengan Hukum Kirchhoff

Analisis ini dilakukan untuk menuliskan SPL yang diperoleh pada rangkaian tertutup dengan Hukum Kirchhoff. Di sini analisis dibatasi untuk dua tipe rangkaian yaitu rangkaian tertutup dengan dua loop dan loop lebih dari dua. Selanjutnya SPL yang sudah dituliskan dimasukkan dalam *software* MATLAB R2013a.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Rangkaian listrik yang akan dianalisis adalah seperti pada Gambar 1 dan Gambar 3.



Gambar 1. Rangkaian Listrik Tertutup dengan 2 Loop

Sumber: Peneliti

Dari Gambar 1 dipilih arah loop 1 (kiri) searah jarum jam dan loop 2 (kanan) berlawanan arah jarum jam, sehingga dapat diperoleh SPL dengan Hukum Kirchhoff sebagai berikut:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3 \\ V_1 - V_2 + I_1 R_1 + I_3 R_3 &= 0 \\ -V_2 + I_2 R_2 + I_2 R_4 + I_3 R_3 &= 0 \end{aligned}$$

Dari SPL di atas terlihat bahwa memiliki tiga variabel, sehingga dapat disebut sebagai Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV). Untuk mencari solusi tiga variabel secara manual masih memungkinkan, akan tetapi membutuhkan waktu dan ketelitian yang lebih. Mahasiswa masih banyak yang belum dapat memahami menyelesaikan SPLTV tersebut secara manual. Dengan adanya fitur MATLAB yang dapat menyelesaikan secara simbolis, maka dapat langsung menuliskan SPLTV tersebut dalam jendela editor MATLAB.

```

1 %diketahui
2 - r1 = 4;
3 - r2 = 4;
4 - r3 = 8;
5 - r4 = 4;
6 - v1 = 6;
7 - v2 = 8;
8
9 %SPL
10 %definiskan variabel
11 - syms i1 i2 i3
12
13 %tuliskan SPL
14 - eq1 = i1+i2 == i3
15 - eq2 = v1 - v2 + i1*r1 + i3*r3 == 0
16 - eq3 = -v2 + i2*r2 + i2*r4 + i3*r3 == 0
17

```

Gambar 2a. Input SPL di MATLAB (3 variabel)

```

eq1 =
i1 + i2 == i3

eq2 =
4*i1 + 8*i3 - 2 == 0

eq3 =
8*i2 + 8*i3 - 8 == 0

sol =

i1: [1x1 sym]
i2: [1x1 sym]
i3: [1x1 sym]

-1/4
5/8
3/8

```

Gambar 2b. Output SPL di MATLAB (3 variabel)

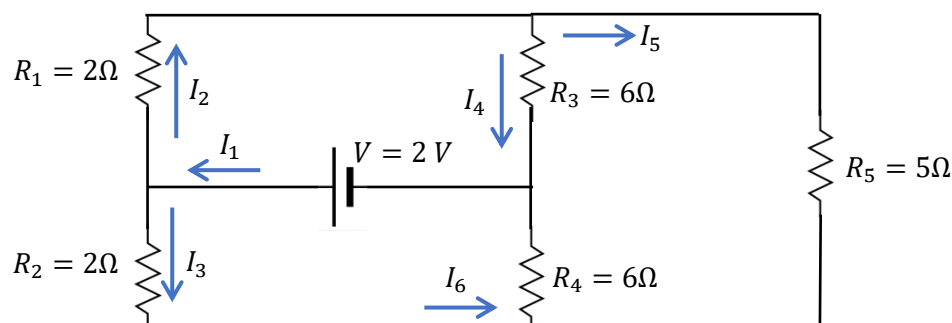
Terlihat dalam Gambar 2b, penyelesaian SPL untuk Hukum Kirchhoff rangkaian Gambar 1 adalah

$$I_1 = -\frac{1}{4} A$$

$$I_2 = \frac{5}{8} A$$

$$I_3 = \frac{3}{8} A$$

MATLAB ini hanya sebagai kalkulator saja untuk SPLTV di atas dan tetap membutuhkan interpretasi dari hasil tersebut.



Gambar 3. Rangkaian Listrik 3 Loop
Sumber: (Nurullaeli, 2020) dengan modifikasi

Analisis Hukum Kirchhoff dalam Gambar 3 di atas adalah sebagai berikut:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= I_4 + I_5 \\
 I_4 + I_6 &= I_1 \\
 -V + I_2 R_1 + I_4 R_3 &= 0 \\
 -V + I_3 R_2 + I_6 R_4 &= 0 \\
 I_6 R_4 - I_4 R_3 + I_5 R_5 &= 0
 \end{aligned}$$

Dengan enam persamaan di atas yang dimasukkan di MATLAB.

```

1 %input
2 r1 = 2;
3 r2 = 2;
4 r3 = 6;
5 r4 = 6;
6 r5 = 5;
7 v = 2;
8
9 %SPL
10 syms i1 i2 i3 i4 i5 i6
11 eq1 = i1 == i2 + i3
12 eq2 = i2 == i4 + i5
13 eq3 = i4 + i6 == i1
14 eq4 = -v + i2*r1 + i4*r3 == 0
15 eq5 = -v + i3*r2 + i6*r4 == 0
16 eq6 = i6*r4 - i4*r3 + i5*r5 == 0
17
18 %solusi
19 sol = solve(eq1, eq2, eq3, eq4, eq5, eq6)
20
21 %menampilkan solusi
22 disp(sol.i1)
23 disp(sol.i2)
24 disp(sol.i3)
25 disp(sol.i4)
26 disp(sol.i5)
27 disp(sol.i6)

```

Gambar 4a. Input SPL di MATLAB (6 variabel)

```

sol =

i1: [1x1 sym]
i2: [1x1 sym]
i3: [1x1 sym]
i4: [1x1 sym]
i5: [1x1 sym]
i6: [1x1 sym]

1/2
1/4
1/4
1/4
0
1/4

```

Gambar 4b. Output Hasil Perhitungan (6 variabel)

Dari hasil perhitungan di atas jika dibandingkan dengan (Nurullaeli, 2020) menghasilkan nilai yang sama yaitu

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 0,5 \text{ A} \\
 I_2 &= 0,25 \text{ A} \\
 I_3 &= 0,25 \text{ A} \\
 I_4 &= 0,25 \text{ A} \\
 I_5 &= 0 \text{ A} \\
 I_6 &= 0,25 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Metode simbolis ini memiliki keunggulan, yaitu tidak perlu merubah bentuk persamaan yang ada dalam SPL, sehingga akan lebih mudah dipahami bagi mahasiswa. Jika dibandingkan dengan metode numerik yang lainnya harus mengubah bentuk persamaan terlebih dahulu, yang terkadang dalam mengubah terjadi kesalahan. Metode simbolis ini juga memiliki kelemahan yaitu untuk menulis SPL

jika variabel cukup banyak akan terjadi kesalahan dalam memasukkan variabel dan lebih banyak yang harus diketik, dibandingkan dengan metode numerik, cukup menulis koefisien-koefisiennya saja. Jika dimanfaatkan sebagai kalkulator bagi mahasiswa ataupun siswa untuk cek hasil perhitungan ini cukup mudah dipelajari dan dipahami bagi yang kurang paham aljabar. Kalkulator dapat digunakan asalkan siswa ataupun mahasiswa dapat menghindari kesalahan-kesalahan seperti kesalahan menulis rumus, kesalahan menulis simbol, dan kesalahan memasukkan angka (Rahmat et al., 2017).

V. KESIMPULAN

Analisis rangkaian listrik Hukum Kirchhoff dengan menggunakan solusi simbolis di MATLAB dapat dilakukan untuk mempermudah perhitungan. Dibandingkan dengan metode numerik ini akan membutuhkan waktu lebih banyak untuk input persamaan dan menjalankan program, akan tetapi menghasilkan hasil yang sama.

VI. REFERENSI

- Anton, H., & Rorres, C. (2004). *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan*. Penerbit Erlangga.
- Anam and Arnas. (2019). "Metoda Cramer untuk Solusi Analisa Rangkaian Listrik Menggunakan Scilab," J. Ilm. Aviast Langit Biru, vol. 12, no. 1, pp. 61–68, Feb.
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2010). *Fundamentals of Physics* (10th ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Huda, D. N., & Handayani, S. (2024). Solusi Simbolis dan Visualisasi Pendulum Pegas Menggunakan Library SymPy di Python. *Prosiding Seminar Nasional Riset Dan Inovasi Teknologi (SEMNAS RISTEK) 2024*, 315–318. <https://doi.org/10.30998/semnasristek.v8i01.7175>
- Nurullaeli, N. (2020). Media Analisis Rangkaian Listrik Menggunakan Pendekatan Numerik Gauss-Jordan, Gauss-Seidel, dan Cramer. *Navigation Physics*, 2(1), 1–8. <https://doi.org/10.30998/npjpe.v2i1.245>
- Rahayu, A. M., Badruzzaman, F. H., & Harahap, E. (2021). Pembelajaran Aljabar Melalui Aplikasi Wolfram Alpha (Learning Algebra Through the Wolfram Alpha Application). *Jurnal Matematika*, 20(1), 51–58.
- Rahmat, A., Tandililing, E., & Oktavianty, E. (2017). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-Soal pada Materi Hukum Kirchhoff di SMAN 1 Meranti. *Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Khatulistiwa*, 6(10), 2–16. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.26418/jppk.v6i10.22125>
- Ramdhani. (2008). *Rangkaian Listrik*. Jakarta: Erlangga.
- Setiawan, A. (2006). *Pengantar Metode Numerik*. Andi Offset.
- Shure, L. (2012, July 27). *Using Symbolic Equations And Symbolic Functions In MATLAB*. <https://blogs.mathworks.com/Loren/2012/07/27/Using-Symbolic-Equations-and-Symbolic-Functions-in-Matlab/>.
- Wahyudi, W. (2015). Analisis Hasil Belajar Masiswa pada Pokok Bahasan Hukum Ohm dan Kirchhoff dalam Matakuliah Elektronika Dasar I. *Jurnal Pendidikan Fisika Dan Teknologi*, 1(2), 129–135. <https://doi.org/10.29303/jpft.v1i2.248>

Warnes, L. (1994). *Electronic and Electrical Engineering: Principles and Practice*. The Macmillan Press LTD. <https://doi.org/10.1007/978-1-349-13012-2>